Rappresentazione dell'informazione in un calcolatore

Informazioni

- testi, numeri interi e reali, immagini, suoni, etc.;

Come viene rappresentata l'informazione in un calcolatore?

- uso di tecnologia **digitale**: all'interno della CPU le informazioni vengono rappresentate da 2 possibili valori di tensione elettrica {V^{high}, V^{low}}

- In generale, a seconda del tipo di dispositivo considerato, i valori zero ed uno sono rappresentati:
  - da una tensione elettrica (alta, bassa);
  - da un differente stato di polarizzazione magnetica (positiva, negativa);
  - da luce e buio;
  - etc.

- Unità di informazione nel calcolatore: **bit**.

☞Ogni informazione viene trasformata nel calcolatore in una sequenza di bit (forma **BINARIA**), cioè in una sequenza di 0 e 1.

00011010…

Codifica dei numeri

Il sistema di numerazione che utilizziamo si dice **arabico** e fu introdotto in Europa dagli arabi nel Medio Evo.

- **È decimale** (o in base 10): esso rappresenta i numeri tramite sequenze di cifre che vanno da 0 a 9 (dieci cifre).

- **È posizionale:** il peso attribuito ad ogni cifra è funzione della posizione che occupa.

  (Esistono anche sistemi **additivi**, in cui ogni unità è rappresentata da un unico simbolo o non-posizionali come quello romano).

☞I sistemi posizionali consentono di rappresentare numeri grandi con un numero limitato di cifre, e di svolgere su di essi calcoli più efficienti.

I sistemi di numerazione posizionale sono caratterizzati da una base *b* e un alfabeto α

- **Alfabeto** (α): è l'insieme delle cifre disponibili per esprimere i numeri. Ad ogni cifra corrisponde un valore compreso tra 0 e (b-1).
  (Ad esempio, nella numerazione decimale l'alfabeto è α={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9})

- **Base** (b): è il numero degli elementi che compongono l'alfabeto. Ad esempio, nel caso decimale, b = 10.

Numerazione in base *p*

$\alpha = \{0, 1, 2, \dots, p\text{-}1\}$
$b = p$

un numero generico N in base p è rappresentato da una sequenza di n cifre:

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$$

dove $a_i \in \alpha$, $\forall i = 0, \dots, n$.

(a_n è la cifra più significativa, mentre a_0 è la meno significativa)

Codifica dei numeri naturali

Consideriamo l'insieme dei numeri naturali.

- Dato un sistema di numerazione posizionale <α, *b*>:

$$\alpha = \{0, 1, 2, \dots, p\text{-}1\}$$
$$b = p$$

- Sia $\boldsymbol{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ la codifica di un numero naturale *N* in base *p*; allora il valore di *N*, in base decimale, è dato dalla formula:

$$\boxed{N_p = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0}$$

  o, in forma più compatta:

$$N_p = \sum_{i=0, \dots, n} a_i \cdot p^i$$

- Con $\boldsymbol{n}$ cifre in base $\boldsymbol{p}$ è possibile rappresentare $\boldsymbol{p^n}$ numeri naturali diversi da 0 a p^n-1 (i due limiti si ottengono sostituendo a tutti gli *n* coefficienti a_i 0 o *p*-1 rispettivamente).

Infatti, il numero massimo si ottiene utilizzando la cifra massima (*p*-1) per ogni posizione:

$$\mathbf{(p-1) \cdot p^{n-1} + (p-1) \cdot p^{n-2} + \dots (p-1) \cdot p^1 + (p-1) =}$$
$$\mathbf{= p^n - p^{n-1} + p^{n-1} - p^{n-2} + p^{n-2} - \dots - p + p - 1 = p^n - 1}$$

Esempi

Conversione di un numero da base *b* a base decimale

Esempio 1:

Codifica **decimale**: $\boldsymbol{b = 10, N_{10} = 5870}$

5870 = 5 · 103 + 8 · 102 + 7 · 101 + 0 · 100

Esempio 2:

Codifica **binaria:** $\boldsymbol{b = 2,}$ α = {0, 1}, $\boldsymbol{N_2 = 101001011}$

$101001011_2 = (1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 +$
$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1.2^0)_{10} = (331)_{10}$

Esempio 3:

Codifica **ottale:** $\boldsymbol{b = 8,}$ α = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, $\boldsymbol{N_8 = (534)_8}$

$(534)_8 = (5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 4)_{10} = (348)_{10}$

Esempio 4:

Codifica **esadecimale**: $\boldsymbol{b = 16,}$
α = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F},
$\boldsymbol{N_{16} = \mathrm{B7F}}$

$\mathrm{B7F}_{16} = (11 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 15)_{10} = (2943)_{10}$

Conversione di un numero naturale in base 10, in base non decimale

La formula

$$\boxed{N_p = \boldsymbol{a_n} \cdot \boldsymbol{p^n} + \boldsymbol{a_{n\text{-}1}} \cdot \boldsymbol{p^{n\text{-}1}} + \ldots + \boldsymbol{a_1} \cdot \boldsymbol{p^1} + \boldsymbol{a_0}}$$

si può riscrivere come:

$$N_p = a_0 + p \cdot (a_1 + p \cdot (\ldots + p \cdot (a_{n\text{-}1} + a_n \cdot p))\ldots)$$

- Eseguendo la **divisione intera** per p:

  N_p div $p = (a_1 + p \cdot (\ldots\ p \cdot (a_{n\text{-}1} + a_n \cdot p))\ldots) = Q_1$

  N_p mod $p = \boldsymbol{a_0}$ [resto della divisione intera]

- Applichiamo la **divisione intera** per p sul risultato Q_1 della divisione precedente:

  Q_1 div $p = (a_2 + p \cdot (\ldots\ p \cdot (a_{n\text{-}1} + a_n \cdot p))\ldots) = Q_2$

  Q_1 mod $p = a_1$ [resto della divisione intera]

- Ripetiamo il procedimento su Q_2, Q_3, etc. per ottenere le cifre rimanenti (a_2, a_3, … a_n).

☞In pratica, il procedimento da seguire è:

Sia N il numero.

1. Si divide N per la nuova base p; sia Q il quoziente ed R il resto.
2. Si converte R nella corrispondente cifra della nuova base p.
3. Si aggiunge la cifra così ottenuta a sinistra delle cifre ottenute in precedenza.
4. Se Q = 0, fine; Altrimenti poni N = Q e torna al passo 1.

Conversione binaria

Si vuole convertire un numero *N* (in base 10), nella corrispondente rappresentazione in base 2.

- Applicando il procedimento visto, bisogna effettuare successive divisioni per 2.
- Il risultato è la sequenza di 0 e 1 ottenuti considerando i resti delle divisioni dalla meno significativa alla più significativa.

Esempio:

Convertire in forma binaria $N_{10} = 331$

Divisione	Quoziente	Resto (a_i)
331 : 2	165	1
165 : 2	82	1
82 : 2	41	0
41 :2	20	1
20 : 2	10	0
10 : 2	5	0
5 : 2	2	1
2 : 2	1	0
1 : 2	0	1

quindi: $(331)_{10} = (101001011)_2$

Esempio:

Convertire in forma binaria $N_{10} = 44$

Divisione	Quoziente	Resto (a_i)
44 : 2	22	0
22 : 2	11	0
11 : 2	5	1
5 : 2	2	1
2 : 2	1	0
1 : 2	0	1

quindi: $(44)_{10} = (101100)_2$

Conversione in base $p \neq 2$

Esempio:

Convertire in forma ottale $N_{10} = 44$

Divisione	Quoziente	Resto (a_i)
44 : 8	5	4
5 : 8	0	5

quindi: $(44)_{10} = (54)_8$

Esempio:

Convertire in forma esadecimale $N_{10} = 44$

Divisione	Quoziente	Resto (a_i)
44 : 16	2	12 (C_{16})
2 : 16	0	2

quindi: $(44)_{10} = (2C)_{16}$

Tabella riassuntiva

Sistema di numerazione

Decimale	Binario	Ottale	Esadecimale
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Conversioni da forma binaria a ottale ed esadecimale

Le rappresentazioni ottali ed esadecimali sono interessanti per la facilità di conversione dalla base due, e viceversa.

- Osserviamo che:

$$8 = 2^3$$
$$16 = 2^4$$

- La conversione da base 2 a base 8 si ottiene scomponendo il numero binario in **triple** di cifre binarie (partendo dalla meno significativa), e per ogni tripla ricavando la corrispondente cifra ottale.

$$(101100)_2 = (101.100)_2$$
$$(101)_2 = (5)_8$$
$$(100)_2 = (4)_8$$

quindi $(101100)_2 = (54)_8$

- La conversione da base 2 a base 16 si ottiene scomponendo il numero binario in **quadruple** di cifre binarie (partendo dalla meno significativa), e per ogni quadrupla ricavando la corrispondente cifra esadecimale.

$$(101100)_2 = (0010.1100)_2$$
$$(0010)_2 = (2)_{16}$$
$$(1100)2 = (C)16$$

quindi $(101100)_2=(2C)_{16}$

Aritmetica binaria: operazioni sui naturali

Definizione delle operazioni aritmetiche elementari

A	**B**	**r/p**	riporto	A + B	prestito	A - B
0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

(r/p esprime il riporto/prestito della colonna precedente)

Somma di due numeri binari naturali

Viene eseguita incolonnando i numeri e sommando tra loro i bit incolonnati, partendo dai meno significativi, in ordine di peso crescente.

☞Per la somma di due numeri positivi di lunghezza *k* possono essere necessari *k*+1 posti. Se sono disponibili solo *k* cifre si genera un errore di **overflow** (o trabocco).

Esempio:

$(11011)_2 + (00110)_2$

```
  11011 +   (27)
  00110 =   (6)
 ------
 100001     (33)
```

Sottrazione di numeri binari naturali

Viene eseguita incolonnando i numeri e sottraendo tra loro i bit incolonnati, partendo dai meno significativi, in ordine di peso crescente.

Ipotesi: si suppone che si generi sempre un numero positivo

```
 1101 -   (12)
 0011 =   (3)
 ----
 1001     (9)
```


Moltiplicazione di numeri binari naturali

Si utilizza la stessa tecnica usata anche per i numeri in base 10 (somma e scorrimento):

$A = (1011)_2 = (11)_{10}$
$B = (1101)_2 = (13)_{10}$

$A \times B = 1011 \times 1101 =$

```
     1011 ×
     1101
 --------
     1011 +
    0000_ +
   1011__ +
  1011___
 --------
 10001111     (143)
```

Divisione di numeri binari naturali

Si usa la tecnica usata anche per i numeri in base 10 (differenza e scorrimento).

$A = (101101)_2 = (45)_{10}$
$B = (11)_2 = (3)_{10}$

Calcolare A/B:

101101	**11**
00	**01111**
101 -	
011	
0101 -	
011	
100 -	
011	
011 -	
011	
000	

Il risultato della operazione A / B è quindi $(1111)_2 = (15)_{10}$

Esercizi

Effettuare le seguenti operazioni aritmetiche tra numeri binari naturali, ipotizzando di lavorare con un elaboratore con lunghezza di parola (*word*) pari a un byte:

- **Differenza**: A - B, $A = (35)_{10}$, $B = (22)_{10}$

  $(35)_{10} = (23)_{16} = (0010\ 0011)_2$

  $(22)_{10} = (16)_{16} = (0001\ 0110)_2$

  0010 0011 -
  0001 0110 =
  0000 1101 Prestito: 0

Risultato: $A - B = (0000\ 1101)_2 = (0D)_{16} = (13)_{10}$

- **Somma**: A + B, $A = (42)_{10}$, $B = (31)_{10}$

  $(42)_{10} = (2A)_{16} = (0010\ 1010)_2$

  $(31)_{10} = (1F)_{16} = (0001\ 1111)_2$

  0010 1010 +
  0001 1111 =
  0100 1001

Risultato: $A + B = (0100\ 1001)_2 = (49)_{16} = (73)_{10}$

- **Moltiplicazione**: A $\times$ B,   A = $(7)_{10}$, B = $(12)_{10}$

$(7)_{10} = (7)_{16} = (0000\ 0111)_2$

$(12)_{10} = (0C)_{16} = (0000\ 1100)_2$

```
      00000111 ×
      00001100 =
   -----------
      00000000 +
     00000000_ +
    00000111__ +
  000000111___
   -----------
      01010100
```

Risultato: $(0101\ 0100)_2 = (54)_{16} = (84)_{10}$

- **Divisione**: A / B,   A = $(23\ )_{10}$, B=$(7)_{10}$

$(23)_{10} = (17)_{16} = (0001\ 0111)_2$

$(7)_{10} = (7)_{16} = (0000\ 0111)_2$

```
10111 | 111
      |------
000   | 011
-----
1011 -
0111
-----
01001 -
 0111
-----
 0010
```

Risultato: **Quoziente** = $(0000\ 0011)_2 = (3)_{10}$
Resto = $(0000\ 0010)_2 = (2)_{10}$

Numeri relativi

Consideriamo l'insieme dei numeri relativi (**interi**)

$$\mathbf{Z = \{-\infty, \ldots, -1, 0, +1, \ldots, +\infty\}}$$

Vogliamo rappresentare gli elementi di questo insieme in forma binaria.

Avendo sempre un numero limitato di bit, possiamo utilizzarne uno per la rappresentazione del segno (+ o -).

Rappresentazione con modulo e segno

Il primo bit di un numero intero viene utilizzato come bit di segno (0 positivo, 1 negativo). Gli altri bit indicano il modulo (valore assoluto) del numero.

Esempio:

- parole di 5 bit:

  +5 = 00101

  -10 = 11010

- parole a 16 bit:

  +13 = 0000000000001101

  -13 = 1000000000001101

Rappresentazione con modulo e segno

- Tramite m cifre in base 2 è possibile rappresentare $\mathbf{2^{m}\text{-}1}$ numeri diversi, da $\mathbf{-(2^{m-1} - 1)}$ a $\mathbf{+(2^{m-1} - 1)}$.

Esempio:

$m = 3$, da $-(2^2 - 1) = -3$ a $+(2^2 - 1) = 3$

$m = 16$, da -32767 a +32767

$m = 32$, da -2147483647 a +2147483647

☞ Abbiamo due rappresentazioni diverse per lo zero:

-0 = 10000

+0 = 00000

Esempio:

$m = 2$ ➔ posso rappresentare $2^2 - 1 = 3$ numeri:

Valore Binario	Valore Decimale
00	+0
01	+1
10	-0
11	-1

Rappresentazione in complemento

Per semplificare le operazioni su interi (con segno) si adotta una rappresentazione dei **numeri negativi** in **complemento**.

Complemento alla base

Dato un numero X in base b di n cifre, il complemento alla base è definito come:

$$b^n - X$$

Esempi:

- $n = 2$, $b = 10$, $X = 64$
  Il complemento a 10 di 64 è $10^2 - 64 = 36$
- $n = 5$, $b = 2$, $X = 01011$
  Il complemento a 2 di X è $2^5 - X = 100000 - 01011 = 10101$

☞ In pratica, il principio è che la somma del numero più il suo complemento, dia una stringa di n cifre a zero.

Complemento alla base -1

Dato un numero X in base b di n cifre, il complemento alla base -1 è definito come:

$$(b^n - 1) - X$$

Esempio:

- $n = 5$, $b = 2$, $X = 01011$
  Il complemento a 1 di X è

$$(2^n - 1)-X = 11111 - 01011 = 10100$$

☞ Osserviamo che il risultato è la sequenza di cifre che si ottiene complementando a 1 ogni singolo bit.

Riassumendo:

Supponiamo di voler rappresentare un numero X tramite n cifre binarie.

- la rappresentazione in **complemento a 2** si ottiene sottraendo X da 2^n
- la rappresentazione in **complemento a 1** si ottiene sottraendo X da 2^n-1

In pratica:

- Il **complemento a 1** di un numero binario X (rappresentato come intero positivo) si ottiene complementando tutti i bit (cioè scambiando 0 con 1, e viceversa).
- Il **complemento a 2** si ottiene prima calcolando il complemento a 1, e poi sommandovi 1.
  (Infatti, si può scrivere l'operazione $2^n - X$ come $2^n - 1 - X + 1$)

Rappresentazione in complemento

Esempio: $n = 4$

Intero	Modulo	Segno + modulo	Compl. a 1	Compl. a 2
-7	0111	1111	1000	1001
-6	0110	1110	1001	1010
-5	0101	1101	1010	1011
-4	0100	1100	1011	1100
-3	0011	1011	1100	1101
-2	0010	1010	1101	1110
-1	0001	1001	1110	1111
-0	0000	1000	1111	---

- **Rappresentazione in complemento a 1:** I numeri positivi sono rappresentati dal loro modulo ed hanno il bit più significativo a zero. I numeri negativi si ottengono complementando a 1 i corrispondenti moduli, segno compreso. Pertanto hanno il primo bit sempre a 1.

- **Rappresentazione in complemento a 2:** I numeri positivi sono rappresentati dal loro modulo ed hanno il bit più significativo a zero. I numeri negativi si ottengono complementando a 2 i corrispondenti moduli, segno compreso. Pertanto hanno il bit del segno sempre a 1 (in questo caso si ha una sola rappresentazione dello zero: 00000).

- Su 5 bit si possono rappresentare i numeri da -16 (10000) a +15 (01111).

- Il numero più piccolo rappresentabile (-16) non ha il corrispettivo positivo (per rappresentare +16 occorrerebbero 6 bit).

Esercizi:

- Si rappresentino i seguenti numeri in complemento a 2 avendo 8 bit a disposizione:

		Modulo		Compl. a 1		Compl. a 2
-34	$\Rightarrow$	0010 0010	$\Rightarrow$	1101 1101	$\Rightarrow$	1101 1110
-25	$\Rightarrow$	0001 1001	$\Rightarrow$	1110 0110	$\Rightarrow$	1110 0111
+46	$\Rightarrow$		$\Rightarrow$		$\Rightarrow$	0010 1110
-23	$\Rightarrow$	0001 0111	$\Rightarrow$	1110 1000	$\Rightarrow$	1110 1001
+66	$\Rightarrow$		$\Rightarrow$		$\Rightarrow$	0100 0010
+72	$\Rightarrow$		$\Rightarrow$		$\Rightarrow$	0100 1000
-120	$\Rightarrow$	0111 1000	$\Rightarrow$	1000 0111	$\Rightarrow$	1000 1000
-10	$\Rightarrow$	0000 1010	$\Rightarrow$	1111 0101	$\Rightarrow$	1111 0110

- Interpretare la sequenza di bit 1001 0001 1100 0101 come:

  a) numero naturale
  b) numero relativo in modulo e segno
  c) numero relativo in complemento a due

a) Interpretando la sequenza come **numero naturale**:

$1001\ 0001\ 1100\ 0101 = 91C5_{16} =$
$= 9 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5 = 37317$

b) Interpretando la sequenza come numero relativo in modulo e segno:

$1001\ 0001\ 1100\ 0101 = -\ 11C5_{16} =$
$= -\ (1 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 12 \times 16 + 5) = -\ 4549$

c) Interpretando la sequenza come numero relativo in complemento a due:

1001 0001 1100 0101

- ricaviamo il complemento a 1:

1001 0001 1100 0101 - 1 = 1001 0001 1100 0100

- complementiamo i bit:

$-\ 0110\ 1110\ 0011\ 1011 =$
$-\ 6E3B_{16} = -\ (6 \times 16^3 + 14 \times 16^2 + 3 \times 16 + 11) =$
$-\ 28219$

Operazioni aritmetiche sui numeri relativi

Somma algebrica

Sfrutta la rappresentazione in complemento a 2.
Si sommano i numeri per colonna incluso il bit del segno, ignorando l'eventuale riporto sul bit del segno.

Esempi:

0 000101 (+5)	**0 000101 (+5)**
0 001000 (+8)	**1 111000 (-8)**
0 001101 (+13)	**1 111101 (-3)**

1 111011 (-5)	**1 111011 (-5)**
0 001000 (+8)	**1 111000 (-8)**
(1)0 000011 (+3)	**(1)1 110011 (-13)**

- Consideriamo 8 bit: (il numero è compreso fra -128 e 127):

70 = 01000110
70 + 70 =

01000110 +
01000110 =
10001100 (OVERFLOW)

-70 - 70 cioè (-70) + (-70) =
-70 in complemento a 2: 10111010

10111010 +
10111010 =
(1)01110100 (OVERFLOW)

☞Si può verificare **overflow** solo quando gli operandi hanno lo stesso segno (l'operazione produce un numero di segno opposto!!).

Sottrazione tra numeri relativi

Se i numeri sono rappresentati in complemento a 2 l'operazione di sottrazione si effettua mediante somma (vantaggio della rappresentazione in complemento a 2).

Esercizio:

Effettuare le seguenti operazioni, supponendo di operare con una rappresentazione dei numeri su un byte e in complemento a due:

-34 + 25	-34 + 46	-23 - 34
66 + 72	-120 -10	

Soluzione

I valori indicati risultano così rappresentati:

- 34	1101 1110
+25	0001 1001
+46	0010 1110
- 23	1110 1001
+66	0100 0010
+72	0100 1000
-120	1000 1000
- 10	1111 0110

Da cui:

1101 1110 -34

0001 1001 +25

1111 0111 = -00001001 = -9

1101 1110 -34

0010 1110 +46

(1)0000 1100 = +00001100 = +12

1101 1110 -34

1110 1001 -23

(1)1100 0111 = -00111001 = -57

0100 0010 +66

0100 1000 +72

1000 1010 = -01110110 = -118
⇒ OVERFLOW

1000 1000 -120

1111 0110 -10

(1)0111 1110 = +01111110 = +126
⇒ OVERFLOW

Moltiplicazione e divisione tra numeri relativi

- Utilizzare i numeri in valore assoluto ed utilizzare le operazioni viste sui numeri naturali (somma/differenza e scorrimento).
- Il segno si determina in base al segno degli operandi.

☞L'applicazione delle operazioni direttamente sui numeri in complemento è in generale scorretta.

Infatti: (-3) × (+3)
I valori indicati risultano così rappresentati con 4 bit in complemento a 2:

-3 =	- 0011	=	1101
+3 =			0011

Il risultato del calcolo, -9, non è rappresentabile su soli 4 bit. Supporremo disponibile allo scopo una parola di un byte.

```
     1101  ×
     0011  =
 ---------
     1101  +
    1101_  +
   0000__  +
  0000___
 ---------
 00100111
```

che, su un byte, è interpretabile come numero positivo, di valore 39.

Operazione di shift

Shift verso sinistra

- Dalla rappresentazione dei numeri discende immediatamente che lo scorrimento verso sinistra di tutte le cifre del numero di una posizione con l'inserimento di uno zero nella posizione di destra equivale a moltiplicare il numero per la base.

☞Lo scorrimento di k posizioni verso sinistra equivale a moltiplicare il numero per b^k.

Shift verso destra

- Lo scorrimento (shift) verso destra di tutte le cifre del numero di una posizione con l'inserimento di uno zero nella posizione di sinistra, equivale a dividere il numero per la base (cioè a moltiplicare il numero per $b^{-1)}$.

☞Lo scorrimento di k posizioni verso destra equivale a moltiplicare il numero per b^{-k}.

Numeri frazionari

Sono numeri reali compresi fra zero e 1;

Rappresentazione dei numeri frazionari

Sia:

$\alpha = \{0, 1, 2, \ldots, p - 1\}$
$b = p$

Dato un numero frazionario N, la sua rappresentazione in base p è data da una sequenza di n cifre:

$$\mathbf{0.}\boldsymbol{a}_{-1}\, \boldsymbol{a}_{-2}\, \boldsymbol{a}_{-3} \ldots \boldsymbol{a}_{-n}$$

dove $\boldsymbol{a}_{-i} \in \alpha$, $\forall\, i = 0, \ldots, n$.

Il valore di N è dato dalla formula:

$$\boxed{N_p = \boldsymbol{a}_{-1} \cdot \boldsymbol{p}^{-1} + \boldsymbol{a}_{-2} \cdot \boldsymbol{p}^{-2} + \ldots + \boldsymbol{a}_{-n} \cdot \boldsymbol{p}^{-n}}$$

o, in forma più compatta:

$$N_p = \sum_{i=1, \ldots, n} a_{-i} \cdot p^{-i}$$

Esempio:

- Base decimale: $p = 10$, $N_{10} = 0.587$
  $(0.587)_{10} = 5 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3}$.
- Binario: $p = 2$, $N_2 = 0.1011$

$(0.1011)_2 = (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4})_{10} =$
$= (0.6975)_{10}$

Conversione di un numero decimale frazionario in base ≠ 10

$$N_p = a_{-1} \cdot p^{-1} + a_{-2} \cdot p^{-2} + \ldots + a_{-n} \cdot p^{-n}$$

- Moltiplico N_p per p:

$$N_p \cdot p = a_{-1} + a_{-2} \cdot p^{-1} + \ldots\ a_{-1} \cdot p^{-n+1}$$

Il risultato è un **numero reale** (>1 se a_{-1}>0):

  - Parte **intera**($N_p \times p$) = a_{-1}
  - Parte **frazionaria**($N_p \times p$) $= a_{-2} \times p^{-1} + \ldots + a_{-n} \times p^{-n+1} = \boldsymbol{M_1}$

- Applichiamo ancora la **moltiplicazione** per p sulla parte frazionaria M_1 ottenuta nella divisione precedente:

  - Parte **intera**($M_1 \times p$) = a_{-2}
  - Parte **frazionaria** ($M_1 \times p$) $= a_{-3} \times p^{-1} + \ldots + a_{-n} \times p^{-n+2} = \boldsymbol{M_2}$

- Ripetiamo il procedimento su M_3, M_4, etc. per ottenere le cifre rimanenti (a_{-3}, a_{-4}, .. a_{-n}).

☞In pratica, il procedimento da seguire è:

Sia *N* il numero frazionario.

1. **Si moltiplica *N* per la nuova base; sia *I* la parte intera e *F* la parte frazionaria.**
2. **Si converte *I* nella corrispondente cifra della nuova base.**
3. **Si aggiunge la cifra così ottenuta a destra delle cifre ottenute in precedenza (la prima cifra immediatamente a destra della virgola)**
4. **Se *F* = 0 (oppure si sono ottenute le cifre richieste) fine; Altrimenti poni *N* = *F* e torna al passo 1.**

Conversione binaria di numeri frazionari

- Si ottiene effettuando successive moltiplicazioni per due.
- Il risultato è la sequenza di zeri e uni ottenuti considerando le parti intere delle moltiplicazioni dalla più significativa alla meno significativa.

Esempi:

- Convertire in base 2: $\boldsymbol{N_{10}} = \mathbf{0.875}$

Moltiplicazione	Parte Frazionaria	Parte Intera (a_{-i})
0.875×2	0.75	1 (a_{-1})
0.75×2	0.5	1 (a_{-2})
0.5×2	0	1 (a_{-3})

quindi $(0.875)_{10} = (0.111)_2$

- Convertire in base 8: $\boldsymbol{N_{10}} = \mathbf{0.875}$

Moltiplicazione	Parte Frazionaria	Parte Intera (a_{-i})
0.875×8	0	7

quindi $(0,875)_{10} = (0,7)_8$

- Convertire in base 16: $\boldsymbol{N_{10}} = \mathbf{0.875}$

Moltiplicazione	Parte Frazionaria	Parte Intera (a_{-i})
0.875×16	0	14 (E) $_{\mathbf{16}}$

quindi $(0.875)_{10} = (0.E)_{16}$

Conversione di numeri frazionari in base non decimale

- Non sempre si ottiene una conversione esatta: ad esempio convertiamo $(0.8)_{10}$ in binario.

Moltiplicazione	Parte Frazionaria	Parte Intera (a_{-i})
0.8×2	0.6	1
0.6×2	0.2	1
0.2×2	0.4	0
0.4×2	0.8	0
0.8×2	0.6	1
…	…	…

quindi $(0.8)_{10} = (0.\underline{1100})_2$ **periodico**

- Uno stesso numero può quindi avere un numero finito di cifre in una base ed un numero infinito in un’altra.
- Per questo, nella rappresentazione interna può essere introdotto un **errore di troncamento**.

Rappresentazione dei numeri reali

Consideriamo l'insieme $\Re$ dei numeri reali.

Ogni elemento di $\Re$, in generale, può essere espresso come somma di un intero con un numero frazionario.

In pratica, un numero reale è individuato univocamente da:

- una parte intera *I*
- una parte frazionaria *F*

Rappresentazione dei reali in virgola fissa

Un numero prefissato di cifre viene dedicato alla parte intera ed a quella frazionaria (**rappresentazione in virgola fissa**).
Quindi:

- Si calcola la rappresentazione della parte intera nella base data con la formula:

$$\boxed{N_p = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot p^1 + a_0}$$

- Si calcola la rappresentazione della parte frazionaria nella base data (tenendo conto del numero di cifre disponibili) con la formula:

$$\boxed{N_p = a_{-1} \cdot p^{-1} + a_{-2} \cdot p^{-2} + \ldots + a_{-n} \cdot p^{-n}}$$

- Si giustappongono le due rappresentazioni:
  <rappresentazione *I*> . <rappresentazione *F*>

Esempio:

$331.6975_{10} = 00101001011.10110_2$
(riservando 11 bit per la parte intera e 5 per quella frazionaria).

☞La precisione è variabile e può essere scarsa per numeri di valore prossimo allo zero.

Rappresentazione dei numeri reali in virgola mobile

- Ad un numero reale *r* vengono associati due numeri:
  - ***m*** = **mantissa**
  - ***n*** = **esponente** (o caratteristica)

Mantissa

- È un numero frazionario con segno. Il suo valore è quindi compreso nell'intervallo]-1, +1[.
- Mantissa **normalizzata**: se la prima cifra dopo la virgola è diversa da 0. Il valore assoluto della mantissa, in questo caso, $\in [1/p, 1[$

Esponente

- È un intero con segno.

☞La mantissa e l'esponente sono legati dalla relazione:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{b}^{\boldsymbol{n}}}$$

dove *b* è un numero intero che indica una base utilizzata per la notazione esponenziale (in generale, se *p* è la base del sistema di numerazione, ***p*** = ***b***).

Rappresentazione in virgola mobile

Esempi:

- ***p* = *b* = 10, *r* = -331.6975**

  r si rappresenta con *m* = -0.3316975 e *n* = 3

- Conversione in binario, virgola mobile (***p*** **=** ***b*** **= 2**):
  r **=** $\mathbf{12.5_{10}}$

  $12.5_{10} = 1100.1_2$

  $m = 0.11001_2$ $n = 100_2$

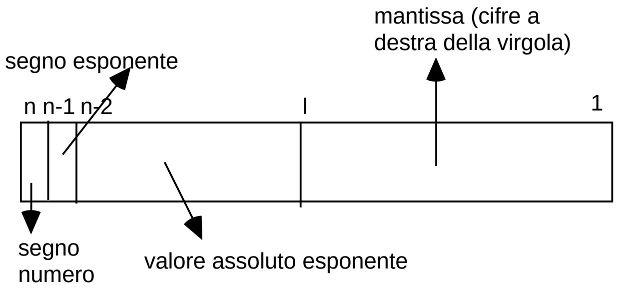
- Conversione in binario, virgola mobile (***p*** **=** ***b*** **= 2**):
  r **=** $\mathbf{26.5_{10}}$

  $26.5_{10} = 11010.1_2$

  $m = 0.110101_2$ $n = 101_2$

Rappresentazione binaria in virgola mobile

Per ogni numero reale vengono utilizzati *n* bit:



Esempio:

Supponiamo di avere a disposizione **32 bit**, di cui:

- 1 bit per il segno della mantissa;
- 1 bit per il segno dell'esponente;
- 8 bit per il valore assoluto dell'esponente;
- 22 bit per la mantissa.

$\Rightarrow$ Rappresentazione in virgola mobile di ***r* = 26.5**

$$r = 0.110101_2 \times 2^{101_2}$$

esponente mantissa
0 | 0 | 00000101 | 1101010000000000000000

$\Rightarrow$ Rappresentazione in virgola mobile di ***r* = 0.3125**

$$r = 0.101_2 \times 2^{-1_2}$$

esponente mantissa
0 | 1 | 00000001| 1010000000000000000000

Rappresentazione binaria in virgola mobile

- Poiché la mantissa comincia sempre con 1, si può utilizzare questo come bit di segno.
- Invece di riservare un bit per il segno dell'esponente, in alcuni casi si adotta la rappresentazione in complemento a 2 dell'esponente.

Esempio: complemento a 2 per l'esponente

32 bit:

- 1 bit segno mantissa;
- 8 bit valore dell'esponente (in compl. a 2);
- 23 bit mantissa.

- $r = 26.5 = 0.110101_2 \times 2^{101_2}$

esponente mantissa
0 | 00000101 | 10101000000000000000000

- $r = 0.3125 = 0.101_2 \times 2^{-1_2}$

esponente mantissa
0 | 11111111 | 01000000000000000000000

Esercizio

Rappresentare su 16 bit (di cui 8 di esponente in complemento a due, uno per il segno e 7 di mantissa) i seguenti valori:

0.75 **0.1** **13.33**

Soluzione

a) $r = 0.75$

Parte **intera**: 0
Parte **frazionaria**: algoritmo delle moltiplicazioni successive. Si ha:

$$\begin{array}{llllll} 0.75 \times 2 & = & 1.5 & \Rightarrow & F = 0.5, & I = 1 \\ 0.5 \times 2 & = & 1.0 & \Rightarrow & F = 0.0, & I = 1 \\ 0.0 \times 2 & = & 0.0 & \Rightarrow & F = 0.0, & I = 0 \end{array}$$

…

Il valore richiesto è dunque:
<parteIntera>.<parteFrazionaria> = 0.11

⇒ Non è necessaria alcuna normalizzazione.

Rappresentazione finale di 0.75:

esponente	segno	mantissa
00000000	**0**	**1000000**

b) $r = 0.1$

Parte **intera**: **0**
Parte **frazionaria**: algoritmo delle moltiplicazioni successive. Si ha:

$$\begin{array}{llllll} 0.1 \times 2 & = & 0.2 & \Rightarrow & F = 0.2, & I = 0 \\ 0.2 \times 2 & = & 0.4 & \Rightarrow & F = 0.4, & I = 0 \\ 0.4 \times 2 & = & 0.8 & \Rightarrow & F = 0.8, & I = 0 \\ 0.8 \times 2 & = & 1.6 & \Rightarrow & F = 0.6, & I = 1 \\ 0.6 \times 2 & = & 0.2 & \Rightarrow & F = 0.2, & I = 0 \end{array}$$

…

⇒ rappresentazione **approssimata** poiché si ottiene un numero periodico.

$0.1_{10} \Rightarrow 0.0\underline{0011} = 0.0001100110011\ldots$

- Normalizzando:
  - mantissa = 0.1100110
  - esponente = -(11) = 11111100 + 1 = 11111101

esponente	segno	mantissa
11111101	**0**	**1001100**

Si noti che la mantissa viene troncata al numero disponibile di bit *solo dopo aver normalizzato.*

☞C'è di un *errore di troncamento:* il numero realmente rappresentato non è 0.1, ma:

$0.110011 \times 2^{-3} = (1/2 + 1/4 + 1/32 + 1/64) \times 1/8 =$
$= 0.099609375$

c) $r = 13.33$

Parte **intera**: $13 = (1101)_2$

Parte **frazionaria**: 0.33 con algoritmo delle moltiplicazioni successive:

$$
\begin{array}{llllll}
0.33 \times 2 & = & 0.66 & \Rightarrow & F = 0.66 & I = 0 \\
0.66 \times 2 & = & 1.32 & \Rightarrow & F = 0.32, & I = 1 \\
0.32 \times 2 & = & 0.64 & \Rightarrow & F = 0.64, & I = 0 \\
0.64 \times 2 & = & 1.28 & \Rightarrow & F = 0.28, & I = 1 \\
0.28 \times 2 & = & 0.56 & \Rightarrow & F = 0.56, & I = 0 \\
0.56 \times 2 & = & 1.12 & \Rightarrow & F = 0.12, & I = 1
\end{array}
$$

…

quindi: r = 13.33 = 1101.010101…

- Normalizzando:
  - mantissa = 0.1101010101…
  - esponente = +4 = 100

esponente	segno	mantissa
00000100	**0**	**1010101**

Valutiamo l'errore: il numero realmente rappresentato vale:

$0.11010101 \times 2^4 = (1/2 + 1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256) \times 16 = 53/64 \times 16 = 13.3125$

Precisione nella rappresentazione dei numeri reali

Si può, in generale, osservare che:

- Quanto maggiore è il numero di bit riservati alla mantissa tanto maggiore è il numero di cifre significative che possono essere memorizzate (precisione).
- Quanto maggiore è il numero di bit riservati all'esponente tanto maggiore è l'ordine di grandezza della cifra che può essere rappresentata.

Precisione

È data dal numero di cifre in base 10 rappresentabili con la mantissa.

Ad esempio:

Se la mantissa è rappresentata da 20 bit, la precisione è di 6 cifre (max valore rappresentabile dalla mantissa 2^{20}-1 circa = 10^6 = 1000000).

- Le cifre meno significative della mantissa che non possono essere rappresentate nel numero di bit a disposizione vengono eliminate mediante **troncamento** od **arrotondamento**.

Troncamento e arrotondamento

Esempio

$r = 1029_{10} = 0.10000000101 \times 2^{11}$
con:

- 10 bit per la mantissa
- 5 bit per l'esponente

<u>Rappresentazione</u>:

- con **troncamento**:

0 01011 1000000010 (= 1028)

- con **arrotondamento**:

0 01011 1000000011 (= 1030)

Esempio

$r = 0.8_{10} = 0.110011001100\ldots \times 2^{0}$ (periodico)
con:

- 10 bit per la mantissa
- 5 bit per l'esponente

<u>Rappresentazione</u>:

- con **troncamento** (e con **arrotondamento**):

0 00000 1100110011 (~ 0.7998)

Valori massimi e minimi rappresentabili

Dipendono dall'esponente e dal metodo di rappresentazione.

Se il valore assoluto dell'esponente è rappresentato da 10 bit:

- il **massimo numero reale** è (in valore assoluto):

$$1 \times 2^{1023} \sim 10^{307}$$

- il **minimo numero reale** è (in valore assoluto):

$$0,1_2 \times 2^{-1023} \sim 0,5 \times 10^{-307}$$

Accuratezza della macchina

È il più piccolo numero che, aggiunto ad 1.0 produce un risultato diverso da 1.0.

Tipicamente, per n = 32, è circa 3×10^{-8}

Operazioni aritmetiche con numeri reali

Somma

Si opera nel modo seguente:

1) si aumenta l'esponente del più piccolo, spostando contemporaneamente la mantissa a destra, fino a che i due esponenti sono uguali
2) si sommano le due mantisse insieme
3) si normalizza il risultato

In questo caso si possono generare errori:

Errore di incolonnamento

Si manifesta nel sommare numeri con esponenti diversi.

Esempio:

Supponiamo di lavorare in base 10 con 5 bit per la mantissa normalizzata.

$0.12465 \times 10^{1} + 0.32999 \times 10^{-2} =$
$0.12465 \times 10^{1} + 0.00032 \times 10^{1} =$

Riportando tutto all'esponente maggiore si perdono le ultime 3 cifre del secondo addendo (cioè la quantità 0.00999×10^{-2}).

Errore di cancellazione

Si manifesta nel sottrarre numeri molto simili fra loro.

Esempio:

Supponiamo di lavorare in base 10 con 5 bit per la mantissa normalizzata.
Si consideri la seguente espressione:

0.33402 - 0.33247

che produce il valore: 0.155×10^{-2}

Nel calcolatore viene valutata:

$0.33402 \times 10^{0} = X_1$
$0.33247 \times 10^{0} = X_2$
$X_1 - X_2 = 0.00155 \times 10^{0}$

Normalizzando:

$X_1 - X_2 = 0.155?? \times 10^{-2}$

L'elaboratore introduce 00 al posto di ?? producendo 0.15500×10^{-2}. Le ultime due cifre non hanno però significato (il numero è affetto da errore).

☞ Questi errori fanno sì che la somma non goda sempre della proprietà associativa.

Esempio

$A = -0.12344 \times 10^{0}$
$B = 0.12345 \times 10^{0}$
$C = 0.32741 \times 10^{-4}$

- Valutiamo **A + (B + C)**
  B + C =

$$
\begin{array}{lrl}
B & 0.12345 \times 10^{0} & + \\
C & 0.00003 \times 10^{0} & \text{errore di incolonnamento} \\
\hline
 & 0.12348 \times 10^{0} & + \\
A & -0.12344 \times 10^{0} & \\
\hline
 & 0.00004 \times 10^{0} &
\end{array}
$$

Normalizzazione:
0.40000×10^{-4} (errore di cancellazione)

- Valutiamo **(A + B)+C** =
  A + B =

$$
\begin{array}{lrl}
A & -0.12344 \times 10^{0} & + \\
B & 0.12345 \times 10^{0} & \\
\hline
 & 0.00001 \times 10^{0} &
\end{array}
$$

Normalizzazione:
0.10000×10^{-4} (errore di cancellazione)

$$
\begin{array}{lrl}
 & 0.10000 \times 10^{-4} & + \\
C & 0.32741 \times 10^{-4} & \\
\hline
 & 0.42741 \times 10^{-4} &
\end{array}
$$

Esercizio

Effettuare la somma:

$$4.6 + 0.5$$

con numeri rappresentati in floating point su 16 bit (di cui 8 di esponente in complemento a due, uno per il segno e 7 di mantissa), verificando i risultati ottenuti.

Soluzione

$4.6 = 0100.10011001\ldots = 0.1001001 \times 2^{3}$
$0.5 = 0000.10000000\ldots = 0.1000000 \times 2^{0}$

Allineando i numeri in modo che abbiano identico esponente:

$$
\begin{array}{lrl}
4.6 & 0.100\ 1001 \times 2^{3} & + \\
0.5 & 0.000\ 1000 \times 2^{3} & \\
\hline
 & 0.101\ 0001 \times 2^{3} & 101.0001 = 5 + 1/16 = 5.0625
\end{array}
$$

Valore atteso per il risultato: 5.1

Esercizio

Effettuare la seguente moltiplicazione fra numeri rappresentati in floating point su 16 bit (di cui 8 di esponente in complemento a due, uno per il segno e 7 di mantissa), verificando il risultato ottenuto:

$$2.15 \times (-4.8)$$

Soluzione

Si ha:

$$2.15 = 0010.00100110\ldots = 0.100\ 0100 \times 2^2$$
$$-4.8 = -0100.1100110\ldots = -0.100\ 1100 \times 2^3$$

Per moltiplicare i due valori è sufficiente moltiplicare le mantisse e sommare gli esponenti.

Poiché però il prodotto di due numeri di 7 bit richiede in generale 14 bit per essere esattamente rappresentato, mentre anche la mantissa risultante dovrà essere rappresentata in 7 bit (evidentemente, i più significativi), l'operazione potrà dare luogo ad approssimazioni.

$$\begin{array}{rl}
100\ 0100 & \times \\
100\ 1100 & = \\
\hline
1\ 0001\ 00__ & + \\
10\ 0010\ 0___ & + \\
1\ 0001\ 00__\ ____ & + \\
\hline
(0)1\ 0100\ 0011\ 0000 &
\end{array}$$

Isolando i 7 bit più significativi si ha:

$$R = -\ 0.01010000 \times 2^5 = -0.1010000 \times 2^4 = -10$$

Risultato teorico: -10.32

Codifica dei caratteri

I caratteri di un testo vengono codificati tramite sequenze di bit, utilizzando un **codice** di traduzione.

Quello più usato è il **codice ASCII** (American Standard Code for Information Interchange).

Utilizza 7 bit. Rappresenta 128 caratteri. Mancano, ad esempio i caratteri accentati, greci etc.

Esempio

‘0’ è codificato come 048_{10} e 30_{16} (e $011\ 0000_2$)
‘9’ è codificato come 057_{10} e 39_{16}
‘a’ è codificato come 097_{10} e 61_{16}
‘z’ è codificato come 122_{10} e $7A_{16}$

- Vengono inseriti in un byte, per cui 1 bit viene normalmente ignorato. In trasmissione funziona come **bit di parità** per individuare errori.

- Il valore (0 o 1) del bit di parità è scelto in modo che il numero di 1 sia pari.

  Ad esempio: 0 => 30_{16} => **0** $011\ 0000_2$

Il codice **ASCII esteso** utilizza invece 8 bit (256 caratteri)

Tabella dei codici ASCII

0	NUL	42	*	84	T	126	~	168	®	210	“	252	¸
1	SOH	43	+	85	U	127		169	©	211	”	253	˝
2	STX	44	,	86	V	128	Ä	170	™	212	‘	254	˛
3	ETX	45	-	87	W	129	Å	171	´	213	‘	255	ˇ
4	EOT	46	.	88	X	130	Ç	172	¨	214	÷		
5	ENQ	47	/	89	Y	131	É	173	≠	215	◊		
6	ACK	48	0	90	Z	132	Ñ	174	Æ	216	ÿ		
7	BEL	49	1	91	[	133	Ö	175	Ø	217	Ÿ		
8	BS	50	2	92	\	134	Ü	176	∞	218	⁄		
9	HT	51	3	93	]	135	á	177	±	219	¤		
10	LF	52	4	94	^	136	à	178	≤	220	‹		
11	VT	53	5	95	_	137	â	179	≥	221	›		
12	FF	54	6	96	`	138	ä	180	¥	222	ﬁ		
13	CR	55	7	97	a	139	ã	181	µ	223	ﬂ		
14	SO	56	8	98	b	140	å	182	∂	224	‡		
15	SI	57	9	99	c	141	ç	183	∑	225	·		
16	DLE	58	:	100	d	142	é	184	∏	226	‚		
17	DC1	59	;	101	e	143	è	185	π	227	„		
18	DC2	60	<	102	f	144	ê	186	∫	228	‰		
19	DC3	61	=	103	g	145	ë	187	ª	229	Â		
20	DC4	62	>	104	h	146	í	188	º	230	Ê		
21	Nak	63	?	105	i	147	ì	189	Ω	231	Á		
22	SYN	64	@	106	j	148	î	190	æ	232	Ë		
23	ETB	65	A	107	k	149	ï	191	ø	233	È		
24	Can	66	B	108	l	150	ñ	192	¿	234	Í		
25	EM	67	C	109	m	151	ó	193	¡	235	Î		
26	SUB	68	D	110	n	152	ò	194		236	Ï		
27	ESC	69	E	111	o	153	ô	195	√	237	Ì		
28	FS	70	F	112	p	154	ö	196	ƒ	238	Ó		
29	GS	71	G	113	q	155	õ	197	≈	239	Ô		
30	RS	72	H	114	r	156	ú	198	∆	240	□		
31	US	73	I	115	s	157	ù	199	«	241	Ò		
32		74	J	116	t	158	û	200	»	242	Ú		
33	!	75	K	117	u	159	ü	201	…	243	Û		
34	"	76	L	118	v	160	†	202		244	Ù		
35	#	77	M	119	w	161	°	203	À	245	ı		
36	$	78	N	120	x	162	¢	204	Ã	246	ˆ		
37	%	79	O	121	y	163	£	205	Õ	247	˜		
38	&	80	P	122	z	164	§	206	Œ	248	¯		
39	‘	81	Q	123	{	165	•	207	œ	249	˘		
40	(	82	R	124	|	166	¶	208	–	250	˙		
41	)	83	S	125	}	167	ß	209	—	251	˚		

Altri codici: ad esempio, sono EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code) (8 bit) per elaboratori IBM, etc.

Rappresentazioni binarie

Riassumendo

- **100** come intero con n = 32 bit (4 byte)

100: 2	0
50: 2	0
25: 2	1
12: 2	0
6: 2	0
3: 2	1
1: 2	1

00000000000000000000000001100100

- **-100**

11111111111111111111111110011100

- **100** come reale in virgola mobile
  - 1 byte per l'esponente
  - 3 byte per la mantissa

$(100)_{10} = (1100100)_{10}$

Normalizzato:

$$0.1100100 \times 2^7$$

Esponente: 7 = 00000111

0 00000111 10010000000000000000000

Il primo bit è il segno. Il primo bit della parte frazionaria è omesso poiché, essendo normalizzata, è sempre 1.

- **-100** come reale in virgola mobile

1 00000111 10010000000000000000000

- **'100'** come caratteri con codifica ASCII

00110001	31_{16}
00110000	30_{16}
00110000	

- **'-100'** come caratteri con codifica ASCII

00101101 …

Codifica delle immagini

Codificate come sequenze di 0 ed 1 (*bit map*).

Digitalizzazione, passaggio da una immagine ad una sequenza binaria.

L'immagine è vista come una matrice di **punti** (*pixel*).

Ad ogni punto è associato un numero che corrisponde ad un particolare **colore** o, per immagini in bianco e nero, ad un **livello di grigio** (numero potenza di 2).

Una maggiore qualità di immagine implica una maggiore occupazione di memoria:

- numero maggiore di punti per pollice (*dpi*, dot per inch; 1 pollice = 2.54 cm);
- numero maggiore di colori (*palette*).

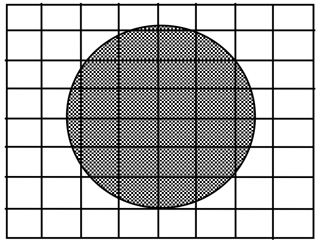
Per interpretare le sequenze di bit occorre conoscere:

- dimensioni dell'immagine;
- risoluzione (misurata in dpi);
- numero di colori o sfumature.

Codifica delle immagini

Standard di codifica: TIFF (Tagged Image File Format) utilizza tecniche di compressione, GIF, etc.

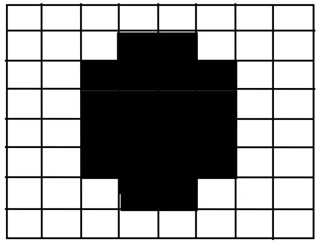
Esempio:



64 pixel, immagine a due colori (bianco e nero).

Serve un solo bit per codificare la tonalità di colore, per ciascun pixel.

In totale 64 bit (8 byte).



00000000
00011000
00111100
00111100
00111100
00111100
00011000
00000000